

**SINTEZA LA CONTRACTUL  
656/2009 Cod ID 2197  
METODE NOI DE ANALIZA A CIRCUITELOR IN DOMENIUL TIMPULUI SI  
IN DOMENIUL FRECVENTEI  
Etapa 2009**

**A.UN ALGORITM NOU DE ALEGERE A PASULUI DE TIMP**

**1. ANALIZA TEORETICA A ALGORITMILOR EXISTENTI IN SPICE, SPECTRE SI PAN SI  
STUDII DE CAZ**

Analiza tranzitorie calculează răspunsul tranzitoriu al circuitului pe un anumit interval de timp. In orice simulator se pot specifica condiții inițiale pentru aceasta analiza. Daca nu sunt specificate condițiile inițiale, se considera ca acestea corespund punctului static de functionare, determinat prin analiza in curent continuu.

Simulatorul formuleaza ecuatiile circuitului neliniar, ecuatiї care sunt rezolvate numeric. Cele mai utilizate metode de integrare numerica sunt: metoda Euler implicita, metoda trapeziodala si metodele de tip Gear. Toate simulatoarele conțin tehnici de alegere automata a pasului de integrare, bazate pe calculul unor erori. In continuare se prezinta o analiza critica a metodelor de alegere a pasului de timp asociata cu studii de caz.

Un dezavantaj major al analizei in domeniul timpului este acela ca soluția regimului permanent, care este de interes, de cele mai multe ori necesita parcurgerea mai multor perioade si in consecința, un timp de calcul lung.

*Algoritmul de alegere a pasului de timp din SPICE si SPECTRE RF.*

Algoritmii de integrare de ordin variabil utilizati de simulatoarele din familia SPICE selectează pentru fiecare pas de timp ordinul pentru care pasul de timp este maxim. O metoda de ordin mai mare are o eroare locala de trunchiere mai mica, permitand pași de integrare mai mari, dar poate produce solutii instabile in anumite probleme datorita zonei de stabilitate mai restranse di planul  $h\lambda$  ( $h$ - pasul de timp,  $\lambda$ - valoarea proprie a ecuatei de test).

Sa consideram algoritmul de integrare bazat pe metoda trapeziodala care alege pasul de timp in functie de eroarea locala de trunchiere  $lte$ . Acest algoritm este utilizat cu prioritate in majoritatea programelor din familia SPICE. La fiecare pas al analizei tranzitorii, eroarea maxima de trunchiere permisa este calculata pentru fiecare variabila de stare din circuit si pentru derivata acesteia in raport cu timpul. De exemplu eroarea maxima pentru un curent prin condensator sau pentru o tensiune a bobinei este estimata ca cel mai defavorabil caz posibil corespunzând unei erori relative  $\varepsilon_r$  si a uneia absolute  $\varepsilon_a$  impuse de utilizator:

$$\varepsilon_{\bullet} = \varepsilon_r \cdot \max_x \left( \left| \frac{\dot{x}_{n+1}}{x_{n+1}} \right|, \left| \frac{\dot{x}_n}{x_n} \right| \right) + \varepsilon_a \quad (1)$$

unde  $\dot{x}_{n+1}$  este curentul prin condensator sau tensiunea pe bobina. SPICE definește o eroare similara  $\varepsilon_x$  pe baza sarcinii sau a fluxului magnetic utilizând erorile relative si absolute impuse de utilizator. Pentru fiecare pas al analizei, eroarea de trunchiere permisa este data de maximumul dintre aceste doua erori:

$$E = \max_x (\varepsilon_x, \varepsilon_{\bullet}) \quad (2)$$

In cazul metodei trapezoidale (utilizata de simulatoarele din familia SPICE atunci cand utilizatorul nu indica alta metoda) erorile de trunchiere pot fi aproximata astfel:

$$\varepsilon_x = -\frac{h^3}{12} \frac{d^3x}{dt^3}(\xi) \quad \text{si} \quad \varepsilon_{\bullet} = \frac{h^2}{6} \frac{d^3x}{dt^3}(\xi)$$

unde  $\frac{d^3x}{dt^3}$  se considera intr-un anumit moment de timp  $\xi$  din intervalul  $[t_n, t_{n+1}]$ . Avand in vedere ca de regula pasul de timp, exprimat in secunde, este un numar subunitar din (2) rezulta ca  $\varepsilon_{\bullet} = \max_x (\varepsilon_x, \varepsilon_{\bullet})$ . Ca urmare, daca se calculeaza  $E$  cu (1) si (2) pornind de la valorile impuse de utilizator pentru  $\varepsilon_r$  si  $\varepsilon_a$ , la fiecare pas al analizei tranzitorii, se poate calcula valoarea maxima a pasului de timp  $h_{n+1}$ :

$$h_{n+1} \leq \sqrt{\frac{6E}{\left| \frac{d^3x}{dt^3}(\xi) \right|}} \quad (3)$$

In (3) momentul de timp  $\xi$  nu este cunoscut iar derivata a treia  $\frac{d^3x_n}{dt^3}$  se aproximeaza cu [1]:

$$\frac{d^k x}{dt^k}(\xi) \cong k! \cdot DD_k \quad (4)$$

unde  $DD_k$  este diferenta finita de ordinul  $k$ . Diferenta finita de ordinul  $k$  este definita de relatia recursiva:

$$DD_k = \frac{DD_{k-1}(t_{n+1}) - DD_{k-1}(t_n)}{\sum_{i=1}^k h_{n+1-i}} \quad (5)$$

$$\text{unde } DD_0(t_{n+1}) = x_{n+1}, DD_0(t_n) = x_n, \text{ si, } \frac{d^3x}{dt^3}(\xi) = 6 \frac{\frac{x_{n+1} - x_n}{h_n} - \frac{x_n - x_{n-1}}{h_{n-1}} - \frac{x_n - x_{n-1}}{h_{n-1}} - \frac{x_{n-1} - x_{n-2}}{h_{n-2}}}{h_n + h_{n-1} + h_{n-2}}$$

Relatia (4) a fost dedusa presupunand ca solutia  $x(t)$  este un polinom de gradul trei pentru care derivata a treia a lui  $x(t)$  este constanta. Algoritmul de alegere al pasului de integrare are următoarele etape:

```

tn+1 = tn + hn
rezolva pentru tn+1
daca iter_num < ITL4
    calculează hn+1 = f(LTE)
    daca hn+1 < 0.9 · hn atunci
        respinge tn+1
        hn = hn+1
        calculează pentru noul tn+1
    altfel
        accepta tn+1
        hn+1 = min(hn+1, 2 · hn, TMAX)
        continua cu tn+2
altfel
    respinge tn+1
    hn = hn / 8
    schimba metoda de integrare din trapezoidal in Euler implicit
    daca (hn > hmin) atunci
        calculează pentru noul tn+1
    altfel

```

tipărește TIME STEP TOO SMALL; se abandonează analiza

unde  $f(LTE)$  este data de (3),  $ITL4$  este numărul maxim de iterații pentru ajustarea pasului de timp,  $TMAX$  este pasul de afisare a rezultatelor si  $h_{min}$  este pasul minim permis. Valorile  $0.9h_n$ ,  $h_n / 8$ ,  $2 h_n$  au rezultat in urma unor experimente numerice.

La fiecare moment de timp, SPICE acceptă sau respinge soluția conform evaluării  $lte$  pentru toate variabilele de stare si pentru derivatele acestora in raport cu timpul. Asa cum se va arata in paragraful urmator, aceasta procedura nu tine seama de structura circuitului.

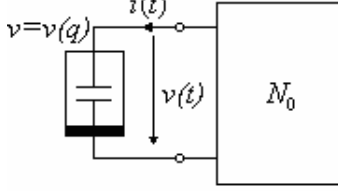
## 2. CALCULUL ENERGIEI SI DEFINIREA ERORILOR ENERGETICE

### Algoritmul Brambilla-D'Amore de alegere a pasului de timp, implementat in PAN

În PAN se folosește o strategie diferită de alegere a pasului de timp, bazată pe calculul unor erori de tip energetic, care este descrisa in continuare. Circuitul prezentat în Fig. 1 este alcătuit din uniportul neliniar rezistiv  $N_0$  și din condensatorul neliniar controlat in sarcina cu ecuatia constitutiva  $v = \hat{v}(q)$ . Să presupunem ca tensiunea  $v(t)$  la momentul de timp  $t_j$  este egală cu  $v_j$  și la momentul de timp următor,  $t_{j+1}$ , tensiunea este egală cu  $v_{j+1}$ . Variația energiei acumulate in condensator între aceste momente de timp poate fi calculată exact

$$E_{j+1} - E_j = \int_{t_j}^{t_{j+1}} \frac{dq}{dt} v dt = \int_{q_j}^{q_{j+1}} \hat{v}(q) dq \quad (6)$$

unde  $q$  este sarcina electrică. Această energie este transferată condensatorului de către uniportul neliniar  $N_0$  pe durata pasului de timp  $h_{j+1} = t_{j+1} - t_j$ . Se poate defini eroarea de tip energetic pentru acest condensator:



$$\Delta E = E_{j+1} - E_j - \int_{t_j}^{t_{j+1}} i(\tau) v(\tau) d\tau \quad (7)$$

Figura 1. Circuit RC neliniar

Variația energiei acumulate într-un condensator controlat în tensiune caracterizat de  $q = Q(v)$  între momentele de timp  $t_n$  și  $t_{n+1}$  este

$$\begin{aligned} E_{n+1} - E_n &= \int_{t_n}^{t_{n+1}} \frac{dQ}{dt}(v(\tau)) v(\tau) d\tau = Q(v(\tau)) v(\tau) \Big|_{t_n}^{t_{n+1}} - \int_{t_n}^{t_{n+1}} Q(v(\tau)) \frac{dv}{dt}(\tau) d\tau = \\ &= Q(v(t_{n+1})) v(t_{n+1}) - Q(v(t_n)) v(t_n) - \int_{v(t_n)}^{v(t_{n+1})} Q(v) dv \end{aligned} \quad (8)$$

Se observă că variația energiei acumulate în orice tip de condensator depinde doar de valoarea inițială și de valoarea finală a variabilei de stare. Evident energia acumulată depinde de caracteristica neliniară a condensatorului dar nu de forma de undă în timp a tensiunii sau a sarcinii. De oarece o metoda numerica nu da decat valorile esantioanelor necunoscute (de exemplu în momentele de timp  $t_j$  și  $t_{j+1}$ ) nu și forma funcției între aceste esantioane de regula  $\Delta E \neq 0$ , orice algoritm de integrare numerica introducand erori în evaluarea soluției. Rezultate similare se obtin pentru bobinele liniare și pentru bobinele neliniare controlate în flux sau controlate în curent. Se demonstreaza ca

**lim**  $\Delta E = 0$  pentru circuite liniare simple rezolvate cu metodele Euler implicita și trapezoidală. Eroarea de tip  $h_{j+1} \rightarrow 0$

energetic  $\Delta E$  pentru un element dinamic de circuit se datorează metodei numerice integrare a ecuațiilor circuitului. Pasul de integrare  $h = t_{n+1} - t_n$  se alege pentru a se satisface, pentru fiecare element dinamic de circuit, condiția:

$$|\Delta E| < \alpha_{rel} |E_{n+1} - E_n| + \alpha_{abs} \quad (9)$$

unde  $\alpha_{rel}$  și  $\alpha_{abs}$  sunt erorile relativa și absoluta impuse de utilizator. În acest scop programul PAN folosește un algoritm de tipul „cut and try” similar cu cel din SPICE. În SHORE, o prima variantă a lui PAN, se folosea o altă strategie de alegere a pasului de integrare, prezentată în continuare. Funcția de penalizare aleasă este

$$F(\Delta E_{j+1}^1, \dots, \Delta E_{j+1}^z, \dots, \Delta E_{j+1}^Z) = \exp\left(-\sum_{z=1}^Z \frac{|\Delta E_{j+1}^z|}{k_0 |E_j^z| + k_1}\right) : \mathfrak{R}^Z \rightarrow (0,1] \subset \mathfrak{R} \quad (10)$$

unde

$E_{j+1}^z$  sunt energiile înmagazinate în al z-lea dispozitiv dinamic generic al circuitului la momentul de timp  $t_{j+1}$ ;

$\Delta E_{j+1}^z$  este eroarea de tip energetic între energia acumulată în elementul dinamic  $z$  și energia absorbita de acesta din circuit între momentele de timp  $t_j$  și  $t_{j+1}$ ;  $k_0$  și  $k_1$  sunt doua constante care definesc toleranțele admisibile relativă și absolută pentru energii;  $Z$  este numărul elementelor dinamice de circuit.

Pasul de integrare  $h_{j+1}$  este determinat rezolvând

$$h_{j+1} - (h_{\max} - h_{\min}) F(\Delta E_{j+1}^1, \dots, \Delta E_{j+1}^z, \dots, \Delta E_{j+1}^Z) - h_{\min} = 0 \quad (11)$$

a carei soluție  $h_{j+1}$  este pozitivă și plasată în intervalul  $(h_{\max} - h_{\min}]$ . Dacă cel puțin una dintre inegalitățile

$\Delta E_{j+1}^z \leq k_0 |E_j^z| + k_1$ ,  $z=1, \dots, Z$  nu este îndeplinită, valoarea lui  $F$  este foarte aproape de zero și  $h_{j+1} \rightarrow h_{\min}$ .

Ecuația (19) adaugă o noua linie la matricea Jacobian a metodei nodale modificate ducând la sistemul:

$$\begin{cases} \Gamma(v_{j+1}, i_{j+1}, h_{j+1}) = 0 \\ h_{j+1} - (h_{\max} - h_{\min}) F(\Delta E_{j+1}^1, \dots, \Delta E_{j+1}^z, \dots, \Delta E_{j+1}^Z) - h_{\min} = 0 \end{cases} \quad (12)$$

unde  $\Gamma(v_{j+1}, i_{j+1}, h_{j+1})$  sunt funcțiile neliniare implicite referitoare la formularea MNM a circuitului.

La fiecare moment de timp, sistemul de ecuații algebrice neliniare (20) este rezolvat, de exemplu prin algoritmul iterativ Newton-Raphson. De oarece  $h_{j+1}$  nu este cunoscut la începutul iterațiilor Newton-Raphson, soluția la iterația precedentă este folosită ca estimare inițială. Când se folosește algoritmul iterativ Newton, poate interveni un neajuns: funcția de penalizare tinde către zero când eroarea energetică este prea mare, reducându-se astfel pasul de integrare  $h_{j+1}$  care tinde către  $h_{\min}$ . Acest neajuns poate fi evitat micșorând valoarea lui  $h_{\max}$ .

### Algoritmul de alegere a pasului de timp

Algoritmul de alegere a pasului de timp bazat pe eroarea relativă de bilanț energetic este:

EER=eroarea energetica relativa impusa

$$t_{n+1} = t_n + h_n$$

rezolva pentru  $t_{n+1}$

calculează  $\Delta E_r$

daca  $\Delta E_r < EER/10$

accepta  $t_{n+1}$

$$h_{n+1} = 2 \cdot h_n$$

$$h_{n+1} = \min(h_{n+1}, TMAX)$$

continua

altfel daca  $EER/10 < \Delta E_r < EER$

accepta  $t_{n+1}$

$$h_{n+1} = h_n$$

continua

altfel daca  $\Delta E_r > EER$

respinge  $t_{n+1}$

$$h_{n+1} = h_n/2$$

daca  $h_{n+1} < H \min$  tipărește TIME STEP TOO SMALL;

se abandonează analiza

Deoarece variația energiei acumulate în elementele dinamice depinde numai de valorile variabilelor de stare la capetele intervalului  $[t_n, t_{n+1}]$ , s-a acordat o atenție deosebită rezolvării circuitului rezistiv care conține modelele companion (vezi paragraful 3.3), aceasta operațiune realizându-se în precizia *long double*. În plus, s-a introdus testul cu bilanțul puterilor care verifică corectitudinea rezolvării acestui circuit. Pentru a estima cât de corect sunt calculate erorile de bilanț energetic este necesar un studiu al erorilor făcute la interpolarea pătratică a unui semnal de banda de frecvențe data ale cărui eșantioane situate la o distanță maximă data sunt calculate cu o precizie cunoscută. Acest algoritm a fost implementat în C și a fost testat pentru circuite liniare cu răspunsuri tranzitorii de tip oscilatoriu amortizat, circuite cu rezistoare liniare pe porțiuni și circuite cu neliniarități polinomiale. Pentru exemplele testate, care conțin un număr relativ mic de elemente de circuit, algoritmul propus respinge un număr mai mic de pași decât cel din SPICE, numărul de pași acceptați fiind aproximativ același.

### Studii de caz

Au fost făcute numeroase studii de caz, folosind SPICE, SPECTRE RF și PAN, observând că timpul de folosire a CPU de SPICE și SPECTRE este aproape același în timp ce PAN folosește de până la 10 ori mai puțin timp pentru simulare. Pentru câteva din aceste cazuri, rezultatele sunt sintetizate în Tabela 1.

TABEL 1.

| Circuit                 | reltol | SPECTRE RF | PAN    | Observații (PAN)                             |
|-------------------------|--------|------------|--------|--|
| Amplificator<br>clasa C | 1e-5   | 9.68 s     | 3.32 s | trreltol=1e-3                                |
|                         | 1e-6   | 20.1 s     | 4.03 s | trreltol=1e-6                                |
|                         |        |            | 3.42 s | trreltol=1e-3                                |
|                         |        |            | 2.91 s | trreltol=1e-2, forma de unda ușor modificata |
| Mixer<br>ne600p         | 1e-5   | 35.65 s    | 7.55 s | trreltol=1e-3                                |
|                         | 1e-6   | 78.4 s     | 8.82 s | trreltol=1e-3                                |

## B. UN ALGORITM NOU DE ANALIZA IN DOMENIUL FRECVENȚEI

Calculul regimului periodic al circuitelor neliniare poate consuma un timp mare și/sau poate pune probleme de convergență. Analiza în domeniul timpului cu ajutorul metodei forței brute nu poate fi folosită pentru circuitele cu semnale modulate datorită numărului foarte mare de puncte prin care se trece până la anularea componentei tranzitorii. O soluție parțială pentru a înalțura această dificultate este folosirea unei metode de ‘shooting’ care grabeste găsirea regimului permanent folosind câteva iterații Newton-Raphson. Algoritmii de tip ‘shooting’ sunt implementați în simulatoarele de circuit SPECTRE RF și PAN. Analiza cu două variabile de timp, care permite să se sară peste câteva perioade ale purtătoarei, poate conduce la o eficiență mai mare a calculului dacă se face shootingul pe amândouă scarile de timp, cea rapidă și cea lentă. Din păcate shootingul pentru timpul lent rămâne încă o problemă deschisă. Metoda balanței armonice, cea mai cunoscută metodă de analiză în domeniul frecvenței, în ciuda eficienței sale, conduce la rezultate corecte numai pentru circuite slab și mediu neliniare. Balanța armonică este implementată în simulatoarele de circuit ADS, APLAC, și SPECTRE RF. Este propusă o nouă metodă de analiză în domeniul frecvenței pentru circuite cu rezistoare neliniare. Neliniaritatea este tratată iterativ printr-o metodă de punct fix, metoda utilizată cu succes în rezolvarea problemelor de câmp electromagnetic neliniar. Rezistorul neliniar este înlocuit de surse comandate echivalente, de tensiune (curent). În acest fel ‘neliniaritățile’ sunt transferate surselor astfel încât impedanța circuitului devine liniară. Prin utilizarea unei descompuneri Fourier a surselor, fiecare valoare a tensiunilor (curenților) de comandă este calculată prin rezolvarea unui circuit liniar. Aceste valori sunt utilizate pentru corecția surselor s.a.m.d. se poate demonstra că acest proces iterativ este convergent. Numărul de sisteme de ecuații liniare care trebuie rezolvate la fiecare pas de iterație este dat de numărul de armonici luat în considerare. Iterațiile pot începe cu un număr mic de armonici, în vederea creșterii eficienței calculului.

**Sursele echivalente.** Se consideră ca relația constitutivă a  $p$ -portului  $i = F(u)$ , cu  $F : R^p \rightarrow R^p$  este Lipschitziană:  $\|F(u') - F(u'')\|_{R^p} \leq \Lambda \|u' - u''\|_{R^p}$ , și monotona  $\langle F(u') - F(u''), u' - u'' \rangle_{R^p} \geq \lambda \|u' - u''\|_{R^p}^2$ ,  $\forall u', u'' \in R^p$ , cu  $\lambda > 0$ , în care produsul scalar este  $\langle x, y \rangle_{R^p} = x^T y$ . Rezistoarele pot fi înlocuite la oricare dintre porți prin surse de tip:  $u_k = r_k i_k + e_k$ , în care  $e_k$  are o dependență neliniară de  $u$ :  $e_k = u_k - r_k F_k(u) \equiv G_k(u)$  (Fig.2).

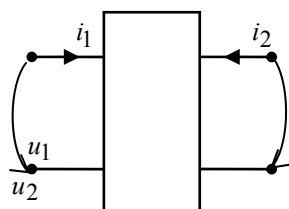


Fig.2a. Rezistor neliniar bi-port

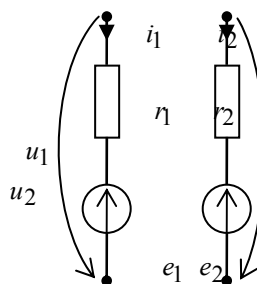


Fig.2b. Sursele echivalente

Circuitul poate conține mai multe rezistoare neliniare. Fiecare se tratează cu procedura mai sus expusă. Pentru simplitate și fără a periclita generalitatea, putem considera în continuare că avem un singur  $p$ -port rezitiv neliniar. Dacă

alegem  $r_k = \alpha$  cu  $\alpha \in \left(0, \frac{2\lambda}{\Lambda^2}\right)$ , atunci functia  $G$  este o contractie,  $\|G(u') - G(u'')\|_{R^p} \leq \theta \|u' - u''\|_{R^p}$ , in care factorul de contractie este

$$\theta = \sqrt{1 - 2\alpha\lambda + \alpha^2\Lambda^2} < 1. \text{ Cea mai mica valoare a factorului de contractie } \theta = \sqrt{1 - \frac{\lambda^2}{\Lambda^2}} \text{ este obtinuta pentru } \alpha = \frac{\lambda}{\Lambda^2}.$$

Circuitul poate contine mai multe rezistoare neliniare ale caror circuite echivalente sunt construite similar. In continuare, pentru a simplifica intelegerea metodei, se va considera ca circuitul contine numai un singur rezistor p-port neliniar.

**Analiza Fourier.** Orice sursa periodica  $e_k$  are o dezvoltare in serie Fourier

$$e_k(t) = \sum_n ((e'_k)_n \sin(n\omega t) + (e''_k)_n \cos(n\omega t))$$

**Noua metoda iterativa.** Admitand o valoare initiala arbitrara pentru surse, determinam vectorul tensiunilor de la portile rezistorului neliniar. Daca alegem valoarea initiala nula, obtinem:  $u(t) = u^{(0)} = W(0)$ . Aceste tensiuni corespund surselor independente din circuit. Apoi corectam valorile surselor cu relatia:  $e(t) = e^{(1)} = G(u^{(0)})$ . Determinam armonicile surselor, retinand un numar finit de armonice. Calculam armonicile tensiunilor de la portile rezistorului, datorate surselor rezistorului:

$$\begin{pmatrix} (u'_k)_n \\ (u''_k)_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (a_{k11})_n & (a_{k12})_n \\ (a_{k21})_n & (a_{k22})_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (e'_k)_n \\ (e''_k)_n \end{pmatrix}$$

apoi calculam valorile in domeniul timp ale tensiunilor  $u_k^{(1)}$  de la portile rezistorului neliniar, care se pot obtine prin insumarea tensiunilor  $u^{(0)}$  produse de sursele independente, cu valorile in domeniul timp a surselor comandate. Pasii de mai sus se repeta pana cand diferenta dintre doua valori succesive ale tensiunilor de la portile rezistorului neliniar este suficient de mica. Schema iterativa este

$$e^{(m)} \xrightarrow{Y} e_a^{(m)} \xrightarrow{W} u^{(m)} \xrightarrow{G} e^{(m+1)}$$

unde functia  $Y$  reprezinta trunchierea din dezvoltarea in serie Fourier iar prin functia  $W$  se obtin marimile de comanda ale surselor comandate neliniar, in functie de valorile acestor surse, rezolvand circuitul linar. Deoarece functiile  $W$  si  $Y$  sunt neexpansive, iar  $G$  este contractie, compunerea celor trei functi este o contractie cu factorul de contractie  $\theta$ . Rezulta ca procedura iterativa de mai sus genereaza un sir Picard-Banach, care converge catre punctul fix al functiei compuse.

**Selectia armonicelor.** Cu cat numarul de armonice retinute in seria Fourier este mai mic, cu atat inegalitatea

$$\int_0^T (Y(e_k))^2 dt \leq \int_0^T e_k^2 dt, \text{ ce defineste neexpansivitatea functiei de aproximare } Y \text{ este mai tare. Viteza de convergenta}$$

a procedurii iterative creste daca selectam, pentru inceput, armonicile care au ponderea cea mai importanta. La inceputul iteratiilor, sunt determinate toate armonicile pentru componentele vectorului  $e^{(1)}$ , pana la o limita  $N$ . Se face apoi o analiza a armonicelor, selectand doar acele armonice care au o pondere mai mare decat o valoare impusa:

$$\frac{\sqrt{(e'_k)_n^2 + (e''_k)_n^2}}{E} \geq q_1,$$

Unde, pentru  $E$  se poate alege, de exemplu:  $E = \sqrt{\frac{2}{T} \int_0^T \|u^{(0)}\|_{R^p}^2 dt}$ .

**Studiu de caz. Demodulatorul AM.** Fie circuitul din Fig.3, in care  $R = 1k\Omega$ ,  $C = 1\mu F$ ,  $e(t) = 2 \sin(2\pi f_1) \sin(2\pi f_2)$ ,  $f_1 = 1kHz$ ,  $f_2 = 1MHz$  iar relatia  $u-i$  pentru dioda este desenata in Fig.4.

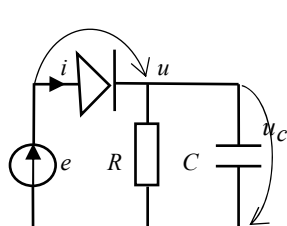


Fig.3. Demodulator AM

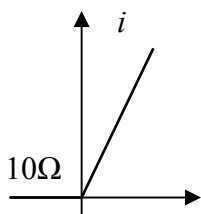


Fig.4.  $u-i$

Elementul neliniar se inlocuieste cu un rezistor de  $10\Omega$ , inseriat cu o sursa de tensiune a carei dependenta de tensiunea laturii este:

$$e = G(u) = \begin{cases} 0, & \text{pentru } u \geq 0 \\ 0.99999u, & \text{pentru } u < 0 \end{cases}$$

In Tabela 2 sunt prezentate datele asociate selectiilor succesive de armonice.

Tabela 1. Selectiile succesive de armonice

| Selectia | Pondere | Nr.armonice | Iteratii | err       |
|----------|---------|-------------|----------|-----------|
| 1        | 0.01    | 16          | 78       | 0.890E-07 |
| 2        | 0.005   | 19          | 27       | 0.841E-05 |
| 3        | 0.002   | 32          | 11       | 0.882E-05 |
| 4        | 0.001   | 41          | 31       | 0.945E-05 |
| 5        | 0.0005  | 85          | 55       | 0.984E-07 |

In Fig.5 este desenata o portiune a graficului tensiunii de la bornele diodei. In Fig.6 este prezentat graficul tensiunii de la bornele condensatorului iar in Fig.7 este dat un detaliu. Daca se folosesc 16, 41, 85 sau 10000 armonice, curbele din Figurile 5 si 6 raman neschimbate. Rezultatul obtinut cu algoritmul propus este comparat cu cel obtinut prin aplicarea metodelor balantei armonice si shooting cu Newton-Raphson. Formele unde de tensiune la bornele condensatorului date de aceste metode sunt aratate in Fig.8

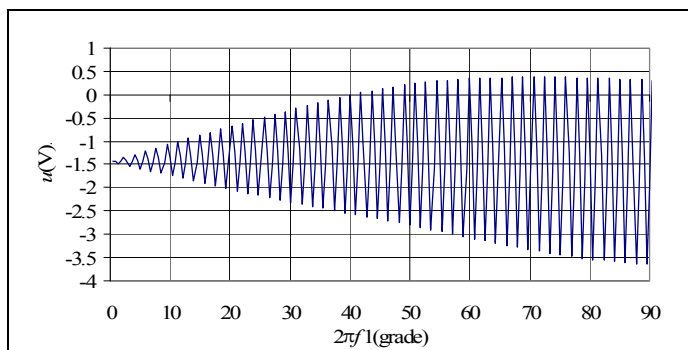


Fig.5. Tensiunea la bornele rezistorului neliniar

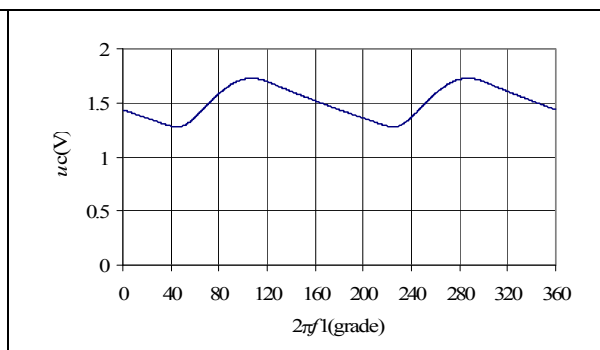


Fig.6. Tensiunea de la bornele condensatorului

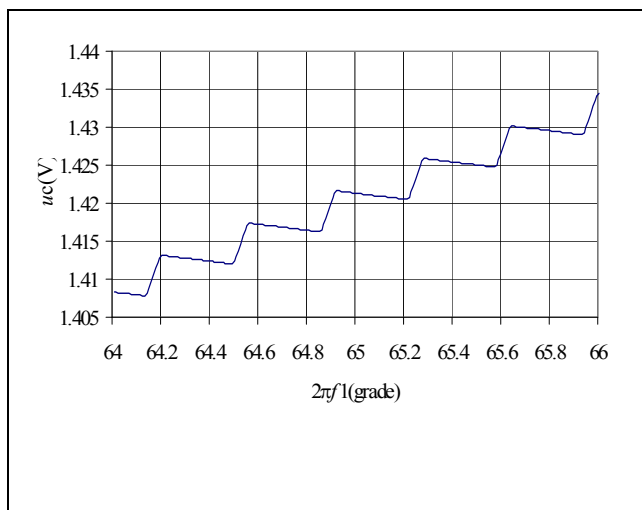


Fig.7. Detaliu al tensiunii de la bornele condensatorului

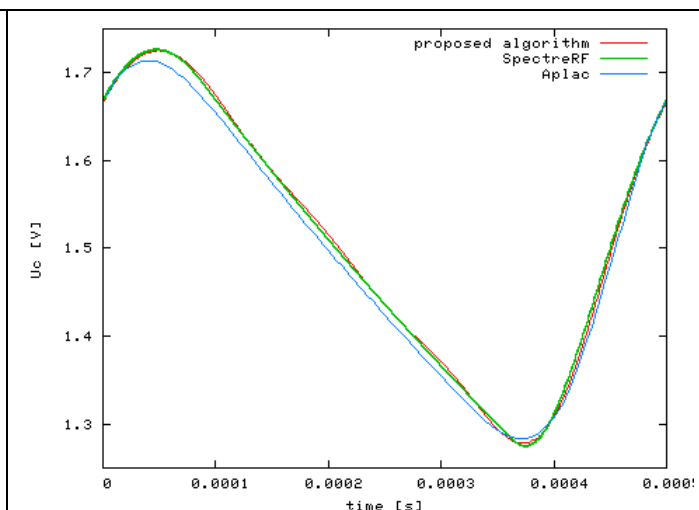


Fig.8.  $u_c$  pentru metoda propusa, APLAC, si SPECTRE RF

Raspunsul prin metoda balantei armonice este obtinut cu APLAC, si raspunsul prin metoda shooting este calculat aplicand analiza PSS din SPECTRE RF. Se poate observa o concordanta foarte buna intre rezultatele obtinute prin algoritmul propus si 'shooting'. Diferentele dintre aceste doua forme de unda si raspunsul prin metoda balantei armonice poate fi explicat prin problemele de convergenta care apar la aceasta metoda in cazul circuitelor puternic neliniare. Cercetari viitoare vor urmari implementarea unor algoritmi FFT eficienti si testarea algoritmului pe circuite mai complicate.

## C. UN ALGORIM NOU DE URMARIRE A INFASURATOAREI

### 1. ANALIZA TEORETICA A ALGORITMILOR EXISTENTI IN SPECTRE SI PAN

*Algoritmul Kundert implementat in SPECTRE RF.* Urmărirea înfășurătoarei poate fi considerată ca fiind o variantă mai rapidă a analizei tranzitorii. Eficiența ei provine din faptul ca simulatorul sare peste niste perioade ale purtatoarei. Figura 9 arata cum funcționează algoritmul urmăririi înfășurătoarei. În acest exemplu, doua valori anterioare sunt folosite pentru calculul unei noi valori. Se presupune că valorile de la începutul perioadei purtatoarei sunt cunoscute la momentele  $t_{(n-1)}$  și  $t_n$  care se găsesc la un număr de perioade distanța unul de altul. Valorile mărimilor de stare la  $t_{(n-1)} + T$  se obțin din cele de la  $t_{(n-1)}$  prin integrarea pe o perioada de timp, adică

$$v(t_{(n-1)} + T) = \Phi(v(t_{(n-1)}), t_{(n-1)}, t_{(n-1)} + T), \quad (13)$$

unde  $\Phi$  este funcția de tranziție. De asemenea, stările la  $t_n$  și  $t_n + T$  sunt legate prin relația  $v(t_n + T) = \Phi(v(t_n), t_n, t_n + T)$ . Scopul algoritmului este de a găsi valoarea variabilei de stare la un nou moment de timp  $t_{n+1}$  la distanță de câteva perioade de  $t_n$  astfel încât perechea  $v(t_{n+1}), t_{n+1}$  să interpooleze un polinom de gradul doi definit de trei valori ale stărilor  $v(t_{(n-1)}), v(t_n), v(t_{n+1} + T)$  la momentele  $t_{(n-1)}, t_n, t_{n+1} + T$ . Valoarea stării  $v(t_{n+1} + T)$  este dată de

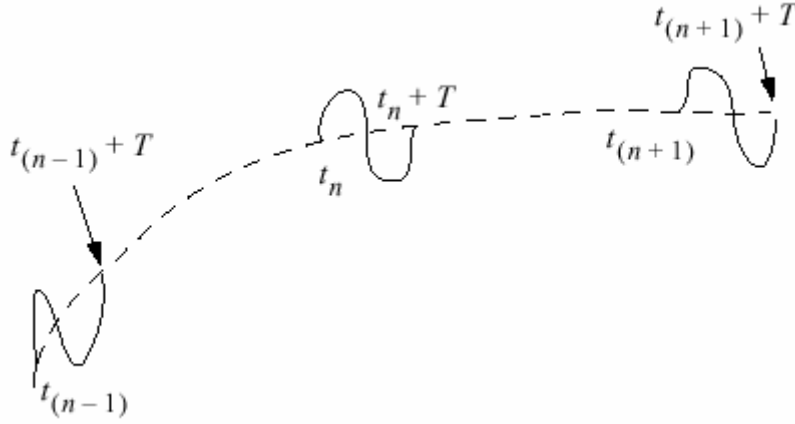


Fig.9. Algoritmul Kundert de urmarirea a infasuratoarei

$$v(t_{n+1} + T) = \Phi(v(t_{(n+1)}), t_{(n+1)}, t_{(n+1)} + T). \quad (14)$$

Pe de altă parte, din condiția de interpolare,  $v(t_{(n+1)} + T)$  poate fi scrisă ca o combinație liniară de  $v(t_{(n-1)}), v(t_n), v(t_{n+1})$ , adică există scalarii  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  astfel încât

$$v(t_{n+1} + T) = \alpha_1 v(t_{(n-1)}) + \alpha_2 v(t_n) + \alpha_3 v(t_{n+1}). \quad (15)$$

Scalarii  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  pot fi obținuți prin tehnici standard, cum ar fi definirea unei funcții de gradul doi folosind aceste trei valori, iar apoi se caută a patra valoare prin interpolare. Combinând cele doua ecuații se obține

$$\alpha_1 v(t_{(n-1)}) + \alpha_2 v(t_n) + \alpha_3 v(t_{n+1}) - \Phi(v(t_{(n+1)}), t_{(n+1)}, t_{(n+1)} + T) = 0 \quad (16)$$

care poate fi folosită pentru a determina  $v(t_{n+1})$  prin metoda Newton – Raphson. La fiecare iterație este calculată o ajustare a  $v(t_{n+1}), \Delta v(t_{n+1})$  din ecuația Newton-Raphson

$$\left[ \alpha_3 I - \frac{\partial \Phi}{\partial v(t_{(n+1)})} \right] \Delta v(t_{n+1}) = RHS \quad (17)$$

unde valoarea lui  $RHS$  rezulta din (16).

Acest proces este repetat până când ecuația de interpolare este satisfăcută cu o eroare relativa impusă. Dacă această eroare nu poate fi satisfăcută, se alege  $t_{n+1}$  mai aproape de  $t_n$  și se repetă procedeul. Cele trei etape se repetă până când este atins timpul de oprire dorit.

Dacă algoritmul nu poate face salturi, analiza se reduce la cea tranzitorie. Asa cum rezulta din exemplele rulate aceasta metoda nu poate fi întotdeauna mai eficientă decât analiza tranzitorie datorită recalculării salturilor.



Algoritmul Brambilla-Maffezzoni implemetat in PAN. Fie ecuația de stare

$$\frac{dy(t)}{dt} = f(y, t) \quad (18)$$

care modelează un circuit neautonom unde  $y(t): \mathfrak{R}^1 \rightarrow \mathfrak{R}^N$ ,  $f(y, t): \mathfrak{R}^{N+1} \rightarrow \mathfrak{R}^N$  avand excitație periodică de perioadă  $T$  care are un răspuns periodic unic de aceeași perioadă. Funcția neliniară de tranziție,

$$\Phi(y(t), t) = y(t) + \int_{\tau=t}^{\tau=t+T} f(y(\tau), \tau) d\tau \quad (19)$$

pornind de la valoarea  $y(t)$  determină soluția ecuației de stare la momentul de timp  $t + T$ .

Presupunem ca am rezolvat (19) până la perioada  $m$  definită astfel  $[t_m = mT, t_{m+1} = (m+1)T]$ , unde  $m$  este un întreg pozitiv. La un pas de timp următor  $t_n = t_{m+1} + H$ , unde  $H = (n-m) \cdot T, n > m$  este multiplu de  $T$ , variabilele de stare  $y_n = y(t_n)$  pot fi estimate adoptând o variantă a metodelor de integrare convenționale cum ar fi: Euler explicita (FE), Euler implicită (BE) și trapezoidală (TP), convenabil modificate pentru metoda urmăririi înfășurătoarei (relatiile 20 – 22) unde  $y_m, y_n$  reprezintă eșantioane ale înfășurătoarei, și  $H$  este saltul adoptat peste  $n-m$  perioade ale purtatoarei.

**Metoda convențională**

**Metoda urmăririi înfășurătoarei**

$$y_n = y_m + H \left. \frac{dy}{dt} \right|_{t=t_m} \rightarrow y_n = y_m + \frac{H}{T} (y_{m+1} - y_m) \quad \text{FE} \quad (20)$$

$$y_n = y_m + H \left. \frac{dy}{dt} \right|_{t=t_n} \rightarrow y_n = y_m + \frac{H}{T} (y_{n+1} - y_n) \quad \text{BE} \quad (21)$$

$$y_n = y_m + \frac{H}{2} \left( \left. \frac{dy}{dt} \right|_{t=t_m} + \left. \frac{dy}{dt} \right|_{t=t_n} \right) \rightarrow y_n = y_m + \frac{H}{2T} (y_{n+1} - y_n + y_{m+1} - y_m) \quad \text{TP} \quad (22)$$

Se observă că (21) și (22) sunt scheme implicite de integrare deoarece se referă la termenul necunoscut  $y_{n+1}$  în termenul drept al expresiei. Termenul  $y_{n+1}$  poate fi determinat doar integrând (18) pe intervalul  $[t_n, t_{n+1}]$ , pornind de la condiția inițială  $y(t_n)$ . Totuși, valoarea generică  $y_{n+1}$  depinde de  $y_n$  prin intermediul funcției necunoscute de tranziție (19):  $y_{n+1} = \Phi(y_n, t_n)$ . Înlocuind  $\Phi(y_n, t_n)$  în (21) și (22) se obțin ecuațiile algebrice neliniare

$$\Gamma^{BE}(y_n) = y_n - \Phi(y_n, t_n) + \frac{T}{H} (y_n - y_m) = 0 \quad (23)$$

$$\Gamma^{TP}(y_n) = y_n - \Phi(y_n, t_n) + y_m - \Phi(y_m, t_m) + \frac{2T}{H} (y_n - y_m) = 0 \quad (24)$$

Se observă că dacă  $H \rightarrow \infty$ ,  $\Gamma^{BE}(y_n)$  nu mai depinde de  $y_m$  și devine aceeași cu ecuația care reprezintă metoda de shooting

$$\lim_{H \rightarrow +\infty} \Gamma^{BE}(y_n) = \overbrace{y_n - \Phi(y_n, t_n)}^{\text{metoda shooting}} = 0 \quad (25)$$

unde, în acest caz,  $y_n$  este soluția regimului permanent al circuitului. Considerând  $\Gamma^{TP}(y_n)$ , se obține un rezultat similar

$$\lim_{H \rightarrow +\infty} \Gamma^{TP}(y_n) = \overbrace{y_n - \Phi(y_n, t_n)}^{\text{formularea metodei shooting in perioada } n} + \overbrace{y_m - \Phi(y_m, t_m)}^{\text{formularea metodei shooting in perioada } m} = 0. \quad (26)$$

Deoarece orice variantă de calcul corect al soluției de regim permanent conduce la același rezultat circuitul având o soluție periodică unică, termenii pentru perioadele  $m$  și  $n$  din componența (26) au aceeași soluție,  $y_n = y_m$ . De aceea, metoda de urmărire a înfășurătoarei poate fi considerată ca o metodă shooting modificată.

Dificultatea principală când se aplică metodele de integrare BE și TP modificate pentru urmărirea înfășurătoarei este că aceste scheme sunt implicite necesitând evaluarea funcției de tranziție  $\Phi(y, t)$ , care poate fi făcută doar numeric. Dacă presupunem că (21) și (22) sunt rezolvate cu metoda iterativă Newton, este necesară o analiză tranzitorie la fiecare iterație a algoritmului Newton. Rezulta doua observații semnificative:

- numărul iterațiilor Newton, necesare pentru a converge la o soluție pentru momentul de timp  $t_n$ , nu trebuie sa

fie mai mare decât  $(n - m) = H/T$ , altfel metoda de urmărire a înfășurătoarei este mai puțin eficientă decât o analiză tranzitorie convențională efectuată pe tot intervalul de timp  $H$ .

- este obligatoriu să se dea o estimare inițială bună metodei Newton pentru a-i permite să convergă în puține iterații.

Pentru a realiza această estimare, se dezvoltă  $\Phi(y, t)$  în serie Taylor în raport cu  $y(t)$  și se păstrează numai termenul de ordinul I.

$$\Phi(y_n, t) = \Phi(y_m, t) + \left. \frac{d\Phi}{dy} \right|_{y=y_m} (y_n - y_m) \quad (27)$$

unde  $\left. \frac{d\Phi}{dy} \right|_{y=y_m} \in \mathfrak{R}^{N \times N}$  este matricea sensibilităților. Înlocuind (27) în (23) se obține

$$y_n^{p-BE} - \left[ \Phi(y_m, t_m) + \left. \frac{d\Phi}{dy} \right|_{y=y_m} (y_n^{p-BE} - y_m) \right] + \frac{T}{H} (y_n^{p-BE} - y_m) = 0. \quad (28)$$

care se poate rescrie ca

$$y_n^{p-BE} = \left[ \left( 1 + \frac{T}{H} \right) I - \left. \frac{d\Phi}{dy} \right|_{y=y_m} \right]^{-1} \cdot \left[ y_{m+1} + \left( \frac{T}{H} I - \left. \frac{d\Phi}{dy} \right|_{y=y_m} \right) y_m \right] \quad (29)$$

unde  $I \in \mathfrak{R}^{N \times N}$  este matricea unitate și  $\left. \frac{d\Phi}{dy} \right|_{y=y_m}$  este matricea sensibilităților lui  $y_{m+1}$  în raport cu  $y_m$ . Deoarece

metoda Newton-Raphson este adoptată pentru a rezolva (23), termenul  $d\Phi/dy$  este disponibil la fiecare iterație, făcând parte din matricea Jacobiana. Expresia (29) constituie predictorul, folosit împreună cu corectorul BE; îl estimează pe  $y(t_n)$  cu  $y_n^{p-BE}$  pornind de la valoarea cunoscută a lui  $y_{m+1}$  și  $y_m$ .

Algoritmul de analiza cu BE are următorii pași

- 1) se face integrarea numerică a ecuațiilor pe perioada  $[t_m, t_{m+1}]$  pornind de la  $y_m$ .
- 2) în timpul analizei tranzitorii se calculează  $\left. \frac{d\Phi}{dy} \right|_{y=y_m}$ .
- 3) se aplică (29) și se estimează  $y_n^{p-BE}$ .
- 4) se face integrarea numerică a ecuațiilor pe perioada  $[t_n, t_{n+1}]$  pornind de la  $y_n^{p-BE}$ .
- 5) în timpul analizei tranzitorii se calculează  $\Phi(y_n^{p-BE}, t_n)$  și  $\left. \frac{d\Phi}{dy} \right|_{y=y_n^{p-BE}}$ .
- 6) se aplica metoda Newton asupra ecuației (23) și se face o singură iterație:

$$y_n^1 = y_n^p - \left[ \left( 1 + \frac{T}{H} \right) I - \left. \frac{d\Phi}{dy} \right|_{y=y_n} \right]^{-1} \left[ y_n^p - \Phi(y_n^p, t_m) + \frac{T}{H} (y_n^p - y_m) \right].$$

- 7) dacă  $t_n$  se găsește după timpul final al analizei se întrerupe algoritmul, altfel se continua cu pasul 3.

Similar cu BE, poate fi determinat un predictor și pentru TP:

$$y_n^{p-TP} = \left[ \left( \frac{2T}{H} + 1 \right) I - \left. \frac{d\Phi}{dy} \right|_{y=y_m} \right]^{-1} \left[ 2y_{m+1} - \left. \frac{d\Phi}{dy} \right|_{y=y_m} + \left( 1 - \frac{2T}{H} \right) I y_m \right] \quad (30)$$

### Studii de caz

Pentru a ilustra conceptele prezentate anterior au fost analizate câteva circuite folosite în radiocomunicații, dintre care, cel mai simplu este:

## Demodulatorul MA

Circuitul este excitat cu un semnal modulat in amplitudine:

$$e(t) = 2 \sin(2\pi f_p t) (1 + \sin(2\pi f_m t))$$

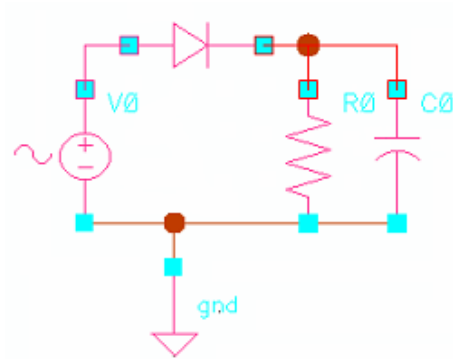


Fig.10. Demodulatorul MA

Cu algoritmi din SPECTRE RF se obține răspunsul corect al circuitului dar cu analiza urmării înfășurătoarei timpul necesar este de 2-3 ori mai mic decât timpul necesar analizei tranzitorii chiar daca raportul dintre frecvența purtătoare și frecvența modulatorie este numai de trei ordine de mărime:

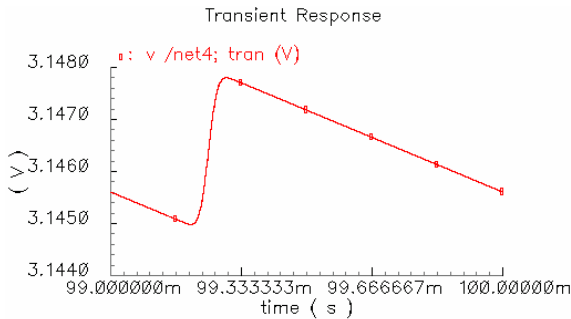


Fig.11. Demodulator MA –răspuns calculat cu analiza tranzitorie

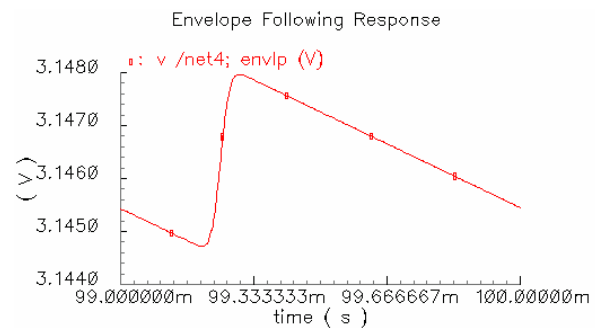


Fig.12. Demodulator MA –răspuns calculat cu urmărirea înfășurătoarei

| $\log_{10} \left( \frac{f_p}{f_m} \right)$ | Analiza tranzitorie (tran) | Urmărirea înfășurătoarei (envlp) |
|--|----------------------------|----------------------------------|
| 3  | 80.08 s                    | 29.7 s                           |
| 4  | 800.8 s                    | 138.7 s                          |
| 5  | 8008s                      | 314.8 s                          |

## DISEMINARE

Rezultatele obtinute in cadrul contractului au fost raportate la importante conferinte stiintifice sau au fost publicate in reviste de prestigiu:

- Florin Constantinescu, Alexandru Gabriel Gheorghe and Miruna Nitescu, “A Time Step Choice Algorithm for Transient Analysis of Circuits”, AFRICON 2009, Nairobi, Kenya, September 23-26, 2009,
- F. Constantinescu, A. G. Gheorghe, Miruna Nitescu, “The energy balance error for circuit transient analysis”, Rev. Roum. Sci. Techn, serie Electrotechn. Et Energ. No.3, 2010, (ISI)
- F. Constantinescu, A. G. Gheorghe, M. Nitescu, “An Energy Balance Error Based Algorithm for Time Step Choice”, JAPMED’6 , Politehnica University Bucharest, July 27-29 2009, Bucharest Romania, Extended Summary P.91,
- F. I. Hăntilă , F. Constantinescu, A. G. Gheorghe, M. Nițescu, M. Maricaru, „A New Algorithm for Frequency Domain Analysis of Nonlinear Circuits”, Rev. Roum. Sci. Techn, serie Electrotechn. Et Energ. No.1, 2009, (ISI),
- I. F. Hantila, M. Vasiliu, A. Moraru, M. Maricaru, „Utilizing the Polarization Method for Solving a Nonlinear Magnetic Shielding Problem”, JAPMED’6 (6th Japanese-Mediterranean Workshop on Applied Electromagnetic Engineering for Magnetic, Superconducting and Nano Materials) Extended Abstracts Proceedings, ISBN 978-606-521-346-3, July 27-29, 2009, pp. 93-94.